

## کاربرد مدل هیبریدی ماشین بردار پشتیبان-موجک در تخمین جریان رودخانه‌ها، مطالعه موردی: حوضه دز

رضا دهقانی<sup>۱</sup>، حسن ترابی پوده<sup>۲\*</sup>، حجت‌اله یونسی<sup>۳</sup> و بابک شاهی نژاد<sup>۴</sup>

<sup>۱</sup> دانشجوی دکترای سازه‌های آبی، دانشکده کشاورزی، دانشگاه لرستان، <sup>۲</sup> دانشیار، دانشکده کشاورزی، دانشگاه لرستان، <sup>۳</sup> استادیار، دانشکده کشاورزی، دانشگاه لرستان و <sup>۴</sup> استادیار، دانشکده کشاورزی، دانشگاه لرستان

تاریخ پذیرش: ۱۳۹۹/۰۲/۲۰

تاریخ دریافت: ۱۳۹۸/۰۹/۲۳

### چکیده

پیش‌بینی جریان رودخانه‌ها یکی از مهمترین موارد کلیدی در مدیریت و برنامه‌ریزی منابع آب به‌ویژه اتخاذ تصمیمات صحیح در مواقع سیلاب و بروز خشکسالی‌ها است. برای پیش‌بینی میزان جریان رودخانه‌ها، رویکردهای متنوعی در هیدرولوژی معرفی شده است که مدل‌های هوشمند از مهمترین آن‌ها هستند. در این پژوهش، کاربرد مدل هیبریدی ماشین بردار پشتیبان-موجک به‌منظور برآورد دبی رودخانه‌های حوزه آبخیز دز بر اساس آمار آبدی روزانه ایستگاه‌های هیدرومتری واقع در بالادست سد طی دوره آماری ۱۳۸۷-۱۳۹۷ مورد بررسی و ارزیابی قرار گرفته و کارایی آن با مدل ماشین بردار پشتیبان مقایسه شد. معیارهای ضریب تبیین، ریشه میانگین مربعات خطا، میانگین قدر مطلق خطا و ضریب نش‌سات‌کلیف برای ارزیابی و مقایسه مدل‌ها مورد استفاده قرار گرفت. نتایج نشان داد که ساختارهای ترکیبی، نتایج قابل قبولی در مدل‌سازی دبی رودخانه ارائه می‌کنند. همچنین، مقایسه مدل‌ها طبق معیارهای ارزیابی نشان داد که مدل هیبریدی ماشین بردار پشتیبان-موجک عملکرد بهتری در پیش‌بینی جریان داشته، می‌تواند در زمینه پیش-بینی دبی روزانه جریان مفید باشد.

**واژه‌های کلیدی:** آبدی روزانه، ارزیابی و مقایسه مدل‌ها، پیش‌بینی، مدل‌سازی دبی رودخانه، مدیریت منابع آب

### مقدمه

با خطا ارائه داده، نمی‌توانند تغییرات زمانی پدیده مورد نظر را با دقت قابل قبولی مدل کنند. لذا، انتخاب مدلی که بتواند با استفاده از عوامل تأثیرگذار، جریان رودخانه را به‌طور قابل قبولی تخمین زند، امری ضروری به نظر می‌رسد. امروزه سامانه‌های هوشمند به‌طور گسترده برای پیش‌بینی پدیده‌های غیرخطی مورد استفاده قرار می‌گیرد. یکی از روش‌هایی که در سال‌های اخیر در زمینه هیدرولوژی مورد توجه قرار گرفته است، مدل هیبریدی ماشین بردار پشتیبان با تبدیل موجک می‌باشد. مدل ماشین بردار پشتیبان

امروزه یکی از مهمترین مسائل برای مدیریت سیلاب و جلوگیری از صدمات اقتصادی و جانی ناشی از آن، پیش‌بینی صحیح جریان رودخانه‌ها است. تخمین دقیق جریان رودخانه‌ها می‌تواند نقش بسزایی در برنامه‌ریزی و مدیریت منابع آب داشته باشد، اما عوامل مختلفی بر روی این پدیده تأثیرگذارند که تحلیل آن‌ها را مشکل می‌سازد. مدل‌های آماری و رگرسیون از معمول‌ترین روش‌های تحلیلی هستند که غالباً با توجه به حل خطی این پدیده‌ها نتایجی همراه

اطلاعات تعداد ۹۲ سنجه مودیس طی سال آماری ۲۰۰۳-۲۰۰۵ نشان دادند، مدل ماشین بردار پشتیبان توانایی قابل قبولی در تخمین رواناب دارد. در پژوهشی دیگر، Ghorbani و همکاران (۲۰۱۶) برای پیش‌بینی جریان روزانه رودخانه سایپرس تگزاس از مدل‌های ماشین بردار پشتیبان و شبکه عصبی مصنوعی استفاده کردند و همچنین، معیارهای ضریب همبستگی و ریشه میانگین مربعات خطا را برای ارزیابی مدل‌ها به کار بردند و دریافتند که مدل ماشین بردار پشتیبان عملکردی مناسبی برای پیش‌بینی جریان رودخانه داشته و نسبت به مدل شبکه عصبی مصنوعی از دقت مطلوبی برخوردار است. Zhu و همکاران (۲۰۱۶) در پژوهشی، به پیش‌بینی جریان رودخانه جینشا<sup>۱</sup>، در قسمت بالایی رودخانه یانگ تسه واقع در چین پرداختند، بدین‌منظور، از مدل ماشین بردار پشتیبان همراه با تبدیل موجک گسسته (DWT) و تجزیه حالت تجربی (EMD) استفاده کردند. نتایج نشان داد، هر دو روش تجزیه سری زمانی EMD و DWT در بهبود دقت پیش‌بینی جریان مؤثر است. همچنین، مقایسه دو مدل نشان داد، مدل ماشین بردار همراه با DWT از قابلیت پیش‌بینی بهتری نسبت به EMD برخوردار می‌باشد. Ghorbani و همکاران (۲۰۱۸) برای پیش‌بینی جریان ماهانه رودخانه اجیدیر واقع در ترکیه عملکرد مدل‌های هوش مصنوعی هیبریدی را مورد تجزیه و تحلیل قرار دادند، نتایج نشان داد که مدل ترکیبی شبکه عصبی مصنوعی با الگوریتم شب‌تاب از عملکرد بهتری نسبت به سایر مدل‌های ترکیبی برخوردار است. ایشان همچنین، عملکرد مدل‌های هیبریدی شبکه عصبی مصنوعی و ماشین بردار پشتیبان را در تخمین دبی رودخانه زرينه‌رود واقع در ایران مورد بررسی قرار دادند، نتایج نشان داد که مدل هیبریدی شبکه عصبی مصنوعی دقت مناسب‌تری نسبت به ماشین بردار پشتیبان دارد. نتایج حاصل از پژوهش Adnan و همکاران (۲۰۱۹) که برای پیش‌بینی دبی ماهانه رودخانه سوات واقع در پاکستان از مدل‌های ماشین بردار پشتیبان و درخت تصمیم استفاده کردند، نشان

یک سامانه یادگیری کارآمد بر مبنای تئوری بهینه‌سازی مقید است (Dehghani و همکاران، ۲۰۱۵). استفاده از موجک به‌عنوان یکی از تبدیل‌های ریاضی نوین و کارآمد در زمینه پردازش سیگنال و تحلیل سری‌های زمانی است. به کمک تبدیل موجک که قابلیت تجزیه سری زمانی به چند زیرسری زمانی با مقیاس‌های متفاوت دارد، می‌توان رفتار کوچک-مقیاس و بزرگ‌مقیاس یک فرایند هیدرولوژیکی را مورد تحلیل قرار داد که باعث افزایش دقت تحلیل مورد نظر خواهد شد (Salehi و همکاران، ۲۰۱۶). در سال‌های اخیر، استفاده از مدل‌های هوشمند و هیبریدی در مطالعات پیش‌بینی جریان رودخانه‌ها مورد توجه محققین قرار گرفته است که از جمله می‌توان به موارد زیر اشاره کرد.

Komasi و Sharghi (۲۰۱۷) در پژوهشی برای مدل‌سازی فرایند بارش و رواناب از ترکیب مدل ماشین بردار پشتیبان و تبدیل موجک استفاده کردند. نتایج نشان داد که مدل ترکیبی ماشین بردار پشتیبان موجکی در مقایسه با سایر مدل‌های ترکیبی مانند شبکه عصبی مصنوعی موجکی دارای کارایی و دقت بالاتری است. Eskandari و همکاران (۲۰۱۸) در پژوهشی از مدل ماشین بردار پشتیبان (SVM) برای پیش‌بینی ماهانه سطح آب زیرزمینی دشت برازجان در استان بوشهر در طی سال‌های ۱۳۸۱-۱۳۹۲ استفاده کردند. نتایج نشان داد، مدل ترکیبی WSVM دارای عملکرد بهتری نسبت به مدل SVM است. Babaali و Dehghani (۲۰۱۸) در پژوهشی به تخمین دبی سیلابی رودخانه بادآور شهرستان دلفان با استفاده از شبکه عصبی موجک پرداختند، نتایج نشان داد که مدل شبکه عصبی موجک نسبت به شبکه عصبی مصنوعی از دقت بالایی برخوردار است. Hung و همکاران (۲۰۱۴) جریان ماهانه رودخانه ایستگاه هواکسی چین را با استفاده از ماشین بردار پشتیبان پیش‌بینی کردند و نتایج نشان داد که مدل ماشین بردار پشتیبان دقت بالایی در پیش‌بینی جریان ماهانه رودخانه دارد. Sedighi و همکاران (۲۰۱۶) برای پیش‌بینی فرایند بارش-رواناب از مدل‌های شبکه عصبی مصنوعی و ماشین بردار پشتیبان در حوزه آبخیز رودک واقع در شمال شرقی تهران با استفاده از

<sup>1</sup> Jinsha

لرستان و سازمان آب و برق خوزستان در دسترس بود، نشان داده شده است. همچنین، در جدول ۱، موقعیت جغرافیایی ایستگاه‌های مورد بررسی نشان داده شد.

**ماشین بردار پشتیبان:** ماشین بردار پشتیبان یک سامانه یادگیری کارآمد بر مبنای تئوری بهینه‌سازی مفید است که از اصل استقرای کمینه‌سازی خطای ساختاری استفاده کرده و منجر به یک جواب بهینه کلی می‌شود (Vapnik, ۱۹۹۵). در مدل رگرسیون SVM، تابعی مرتبط با متغیر وابسته  $Y$  که خود تابعی از چند متغیر مستقل  $x$  است، برآورد می‌شود. مشابه سایر مسائل رگرسیونی، فرض می‌شود، رابطه میان متغیرهای مستقل و وابسته با تابع جبری مانند  $f(x)$  به علاوه مقداری اغتشاش (خطای مجاز ((E) مشخص شود (Vapnik, ۱۹۹۸).

$$f(x) = W^T \cdot \phi(x) + b \quad (1)$$

$$y = f(x) + \text{noise} \quad (2)$$

که در آن‌ها،  $W^T$  ترانهاده بردار ضرایب و  $b$  ثابت مشخصه‌های تابع رگرسیونی و  $\phi$  نیز تابع کرنل است و هدف پیدا کردن فرم تابعی برای  $f(x)$  است. این مهم با آموزش مدل SVM به وسیله مجموعه‌ای از داده‌ها (مجموعه آموزش) محقق می‌شود (Misra و همکاران، ۲۰۰۹). برای محاسبه  $W$  و  $b$  لازم است، تابع خطا (معادله ۳) در مدل  $\epsilon$ -SVM با در نظر گرفتن شرایط مندرج (قیود) در معادلات (۴) و (۵) کمینه شود (Hummel, ۲۰۰۹).

$$\frac{1}{2} W^T \cdot W + C \sum_{i=1}^N \epsilon_i + C \sum_{i=1}^N \epsilon_i^* \quad (3)$$

$$W^T \cdot \phi(X_i) + b - y_i \leq \epsilon + \epsilon_i^* \quad (4)$$

$$y_i - W^T \cdot \phi(X_i) - b \leq \epsilon + \epsilon_i, \epsilon_i, \epsilon_i^* \geq 0, \quad i=1,2,\dots,N \quad (5)$$

که در آن‌ها،  $C$  عددی صحیح و مثبت است که عامل تعیین جریمه در هنگام رخ دادن خطای آموزش مدل است،  $\phi$  تابع کرنل،  $N$  تعداد نمونه‌ها و دو مشخصه  $\epsilon_i^*$  و  $\epsilon_i$  متغیرهای کمبود هستند. در نهایت، تابع SVM رگرسیونی را می‌توان به فرم زیر بازنویسی کرد.

$$f(x) = \sum_{i=1}^N \bar{\alpha}_i \phi(x_i)^T \cdot \phi(x) + b \quad (6)$$

که در آن،  $\bar{\alpha}_i$  میانگین ضرایب لاگرانژ است. محاسبه  $\phi(x)$  در فضای مشخصه آن ممکن است، بسیار پیچیده باشد (Yoon و همکاران، ۲۰۱۱). برای حل این مشکل، روند معمول در مدل SVM رگرسیونی انتخاب یک تابع کرنل به صورت رابطه (۷) است.

داد که مدل ماشین بردار پشتیبان کارایی مناسبی در پیش‌بینی جریان رودخانه‌ها دارد. Alizadeh و همکاران (۲۰۲۰) در پژوهشی، به بررسی مدل هیبریدی ماشین بردار پشتیبان-موجک برای پیش‌بینی جریان روزانه رودخانه سوریس واقع در شمال ایالات متحده پرداختند و نتایج نشان داد، مدل هیبریدی ماشین بردار پشتیبان-موجک کارایی و دقت مناسبی در پیش‌بینی جریان روزانه رودخانه از خود نشان داده است. در مجموع، با توجه به پژوهش‌های انجام‌شده و ذکر این نکته که رودخانه‌های حوزه آبخیز دز از مهمترین حوزه‌های آبخیز کشور و مهمترین منبع تأمین‌کننده آب بخش‌های مختلف و نواحی مجاور خود از لحاظ کشاورزی و شرب می‌باشد و همچنین، کاهش جریان رودخانه‌های این حوزه آبخیز مشکلات زیادی در این حوضه، ایجاد کرده است، بنابراین، اهمیت شبیه‌سازی جریان رودخانه این حوضه و اقدامات مدیریتی برای مدیریت آب آن بیش‌ازپیش ضروری است. لذا، هدف این پژوهش، پیش‌بینی جریان روزانه رودخانه‌های حوزه آبخیز دز با استفاده از مدل هیبریدی ماشین بردار پشتیبان-موجک و مقایسه نتایج آن با مدل ماشین بردار پشتیبان می‌باشد.

## مواد و روش‌ها

**منطقه مورد پژوهش:** حوزه آبخیز رودخانه دز به‌عنوان یک حوضه درجه ۳، زیرمجموعه‌ای از حوضه کارون بزرگ محسوب می‌شود و در تقسیم‌بندی بزرگ‌تر در زیرمجموعه حوضه خلیج فارس و دریای عمان قرار می‌گیرد. سزار و بختیاری، دو شاخه اصلی رودخانه دز هستند. رودخانه سزار در شمالی‌ترین قسمت حوضه دز جریان دارد و از سه شاخه، ماربره، تیره و سبزه تشکیل شده است. پیوستن آبراه‌های متعدد و از جمله رودخانه ازنا در منطقه الیگودرز، رودخانه ماربره را پدید می‌آورند و این رودخانه در جهت غرب به طرف شهر درود در استان لرستان جریان می‌یابد. حوزه آبخیز سد دز در جنوب غربی ایران در منطقه نیمه‌خشک کوهستانی و بالادست حوضه کارون بین طول‌های "۹۱ ۱۵" تا "۴۸ ۳۷' ۱۸" شرقی و عرض‌های "۳۱ ۳۵' ۵۱" تا "۳۴ ۷' ۴۶" شمالی قرار گرفته است. در شکل ۱، حوزه آبخیز سد دز و ایستگاه‌های منتخب که فاقد داده‌های مفقود شده و همگن هستند، از شرکت آب منطقه‌ای

پژوهش از این سه تابع کرنل استفاده شده است. قابل ذکر است، فرایند محاسبات ماشین بردار پشتیبان بر اساس کدنویسی در محیط متلب انجام و پارامترهای توابع کرنل از طریق سعی و خطا بهینه شده‌اند.

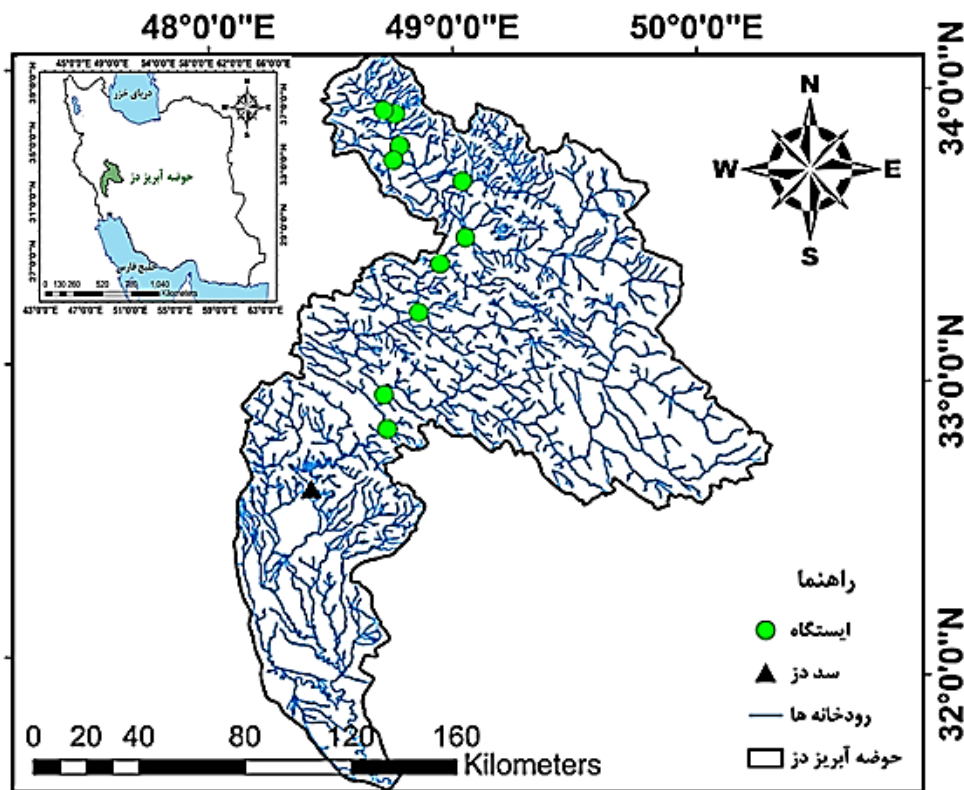
$$k(x, x_j) = (t + x_i \cdot x_j)^d \quad (8)$$

$$K(x, x_i) = \exp\left(-\frac{\|x - x_i\|^2}{2\sigma^2}\right) \quad (9)$$

$$k(x, x_j) = x_i \cdot x_j \quad (10)$$

$$K(X_j, X) = \phi(X_i)^T \sqrt{b^2 - 4ac} \quad (7)$$

از توابع مختلف کرنل برای ساخت انواع مختلف SVM  $\epsilon$ - استفاده کرد. انواع توابع کرنل قابل استفاده در مدل SVM رگرسیونی عبارتند از کرنل چند جمله‌ای و کرنل توابع پایه شعاعی (RBF) و کرنل خطی که به ترتیب طبق روابط زیر محاسبه می‌شوند. با توجه به این که از پرکاربردترین توابع کرنل، کرنل پایه شعاعی، خطی و چند جمله‌ای است (Basak و همکاران، ۲۰۰۷؛ Vapnik و Chervonenkis، ۱۹۹۱)، در این



شکل ۱- منطقه مورد پژوهش

جدول ۱- مشخصات ایستگاه‌های مورد بررسی

ردیف	نام ایستگاه	طول جغرافیایی	عرض جغرافیایی	مساحت (Km <sup>2</sup> )
۱	آبگرمه	۴۸° ۴۳' ۱۹"	۳۳° ۵۴' ۷"	۲۸۸
۲	تیره مروک	۴۹° ۳' ۴۶"	۳۳° ۲۸' ۳۷"	۳۴۰۰
۳	گله رود	۴۸° ۳۶' ۲۳"	۳۳° ۵۴' ۸"	۶۹
۴	سیلاخور	۴۸° ۴۷' ۵۲"	۳۳° ۴۶' ۴۳"	۱۰۰۰
۵	تیره	۴۹° ۳' ۴۶"	۳۳° ۲۸' ۳۷"	۳۴۰۰
۶	چم چیت	۴۷° ۵۷' ۵۸"	۳۳° ۲۲' ۴۳"	۳۴۵
۷	آب سرده	۴۸° ۴۵' ۱۷"	۳۳° ۴۴' ۱۳"	۲۲۳
۸	سزار	۴۹° ۳۳' ۱۵"	۳۳° ۵۴' ۷"	۹۴۳۴
۹	تله زنگ	۴۸° ۴۶' ۱۷"	۳۲° ۴۹'	۵۰۰
۱۰	تنگ پنچ	۴۸° ۴۶'	۳۲° ۵۶'	۵۵۵

$$CWT_f^\psi(s, \tau) = \Psi_f^\psi(s, \tau) = \frac{1}{\sqrt{|s|}} \int_{-\infty}^{+\infty} f(t) \psi^* \left( \frac{t-\tau}{s} \right) dt \quad (11)$$

$$= \langle f(t), \psi_{s,\tau}(t) \rangle \quad (12)$$

$$\psi_{s,\tau}(t) = \frac{1}{\sqrt{|s|}} \psi \left( \frac{t-\tau}{s} \right)$$

که در آن‌ها، یک رابطه با دو متغیر  $s$  و  $\tau$  است که  $s$  پارامتر مقیاس<sup>۵</sup> (عکس فرکانس) و  $\tau$  پارامتر انتقال هستند. علامت \* نیز نشان‌دهنده مزدوج مختلط است.  $\psi$  تابع پنجره یا موجک مادر و  $\frac{1}{\sqrt{|s|}} \psi \left( \frac{t-\tau}{s} \right)$  موجک‌های حاصل از انتقال و تغییر مقیاس موجک مادر هستند (Wang و همکاران، ۲۰۰۰). واژه مادر به این سبب به کار می‌رود که تمامی نسخه‌های انتقال-یافته و مقیاس‌شده (موجک‌های دختر)، همگی از این تابع به دست می‌آیند. یعنی موجک مادر یک الگو برای سایر پنجره‌هاست. علامت (...) نیز نشان‌دهنده ضرب برداری دو تابع در فضای سیگنال است.

**معیارهای ارزیابی:** در این پژوهش، به منظور ارزیابی دقت و کارایی مدل‌ها، از نمایه‌های ضریب تبیین ( $R^2$ )، ریشه میانگین مربعات خطا (RMSE)، میانگین قدر مطلق خطا (MAE) و ضریب نش‌ساتکلیف (NS) طبق روابط زیر استفاده شد (Ghorbani و همکاران، ۲۰۱۶). بهترین مقدار برای این چهار معیار به ترتیب یک، صفر، صفر و یک است.

$$R^2 = \frac{\sum_{i=1}^N (x_i - \bar{x})(y_i - \bar{y})}{\sqrt{\sum_{i=1}^N (x_i - \bar{x})^2 \sum_{i=1}^N (y_i - \bar{y})^2}} \quad -1 \leq R^2 \leq 1 \quad (13)$$

$$RMSE = \sqrt{\frac{1}{N} \sum_{i=1}^N (x_i - y_i)^2} \quad 0 \leq RMSE \leq 1 \quad (14)$$

$$MAE = \frac{1}{n} \sum |x_i - y_i| \quad 0 \leq MAE \leq 1 \quad (15)$$

$$NS = 1 - \frac{\sum_{i=1}^N (x_i - y_i)^2}{\sum_{i=1}^N (x_i - \bar{x})^2} \quad -\infty \leq NS \leq 1 \quad (16)$$

که در آن‌ها،  $x_i$  و  $y_i$  به ترتیب مقادیر مشاهداتی و محاسباتی در گام زمانی  $i$ ام،  $N$  تعداد گام‌های زمانی،  $\bar{x}$  و  $\bar{y}$  نیز به ترتیب میانگین مقادیر مشاهداتی و محاسباتی است. علاوه بر معیارهای فوق از نمودارهای پراکنش و سری زمانی مقادیر مشاهداتی-محاسباتی نسبت به زمان نیز برای تحلیل بیشتر نتایج استفاده شده است.

**تبدیل موجک:** تبدیل موجک به‌عنوان روشی جایگزین برای تبدیل فوریه زمان کوتاه ارائه شده است و هدف از ارائه آن، غلبه بر مشکلات مربوط به قدرت تفکیک‌پذیری فرکانس در تبدیل فوریه زمان کوتاه است. در تبدیل موجک همانند تبدیل فوریه زمان کوتاه، سیگنال مورد نظر به پنجره‌هایی تقسیم شده و تبدیل موجک بر روی هر کدام از این پنجره‌ها به صورت جداگانه انجام می‌گیرد (Vapnik، ۱۹۹۸). اما مهمترین تفاوت آن‌ها در این است که در تبدیل موجک علاوه بر این که قدرت تفکیک فرکانس‌های یک سیگنال یا طول پنجره، متناسب با نوع فرکانس تغییر می‌کند، هم‌زمان عرض پنجره یا مقیاس فرکانس نیز متناسب با نوع فرکانس تغییر می‌کند. به عبارت دیگر، در تبدیل موجک به جای فرکانس، مقیاس وجود دارد. یعنی تبدیل موجک، نوعی تبدیل زمان-مقیاس است. بر همین اساس، با استفاده از تبدیل موجک، در مقیاس‌های بالا، سیگنال، منبسط شده و جزئیات سیگنال قابل تجزیه و تحلیل است و در مقیاس‌های پایین، سیگنال، منقبض شده و کلیات سیگنال، قابل بررسی است (Wang و همکاران، ۲۰۰۰). یک موجک به معنای موج کوچک، بخشی یا پنجره‌ای از سیگنال اصلی است که انرژی آن در زمان، متمرکز شده است. با استفاده از تبدیل یا تحلیل موجک می‌توان یک سیگنال یا سری زمانی مادر را به موجک‌هایی با سطح تفکیک و مقیاس‌های مختلف تجزیه کرد. بنابراین، موجک‌ها نمونه‌های انتقال‌یافته<sup>۱</sup> و مقیاس‌شده<sup>۲</sup> سیگنال مادر هستند که نوساناتی در یک طول متناهی داشته، شدیداً میرا هستند. بر اساس این ویژگی مهم تبدیل موجک، می‌توان سری‌های زمانی نامانا و گذرا<sup>۳</sup> را به صورت موضعی مورد تجزیه و تحلیل قرار داد (Shin و همکاران، ۲۰۰۵).

تبدیل موجک به دو صورت پیوسته و گسسته تعریف می‌شود. در تبدیل موجک پیوسته<sup>۴</sup> (CWT)، تابع  $f(t)$  به صورت روابط (۱۱) و (۱۲) تعریف می‌شود (Vapnik، ۱۹۹۸).

<sup>1</sup> Translation

<sup>2</sup> Dilation

<sup>3</sup> Transient

<sup>4</sup> Continues Wavelet Transform

<sup>5</sup> Scaling

## نتایج و بحث

یکی از مهمترین مراحل در مدل سازی، انتخاب ترکیب مناسبی از متغیرهای ورودی است. از این رو، ابتدا همبستگی متقابل<sup>۱</sup> بین متغیرهای ورودی و خروجی محاسبه شد و پارامترهای ورودی به منظور دستیابی به مدل بهینه برای پیش بینی جریان رودخانه های حوزه آبخیز دز انتخاب و در جدول ۳ ارائه شد. در این جدول، ستون های  $Q(t-1)$ ،  $Q(t-2)$ ،  $Q(t-3)$  و  $Q(t-4)$  (به ترتیب جریان رودخانه در زمان های  $t-1$ ،  $t-2$ ،  $t-3$  و  $t-4$ ) به عنوان ورودی و  $Q(t)$  (جریان رودخانه در زمان  $t$ ) به عنوان خروجی مدل در نظر گرفته شد. به منظور آموزش ماهیت سازوکار حاکم بر پدیده، نه تنها سبب پیچیدگی الگو و افزایش حافظه درگیر خواهد شد، بلکه سبب کاهش دقت مدل نیز می شود. لذا، در الگوسازی جریان رودخانه نیز بایستی سعی شود، مؤثرترین داده های مشاهداتی را به عنوان داده های آموزشی انتخاب کرد (Danandeh Mehr و Majdzadeh، ۲۰۱۰).

با توجه به این که در پژوهش حاضر، تأثیر توالی دبی روزهای قبل در پیش بینی دبی روز مد نظر بوده، صرفاً از داده های نرمال شده دبی جریان با توالی برگشتی تا چهار روز به عنوان داده های آموزشی، به صورت ترکیب های مختلف مطابق جدول استفاده شده است که از این پس از آن ها به عنوان الگو نام برده خواهد شد و همچنین، با توجه به این که مقدار همبستگی متقابل بین داده های ورودی و خروجی که مطابق جدول ۲ بیش از ۰/۷۵۰ حاصل شد، ترکیب های مختلفی از پارامترهای ورودی به منظور دستیابی به مدل بهینه برای تخمین جریان روزانه حوزه آبخیز دز استفاده شد (Danandeh Mehr و Majdzadeh، ۲۰۱۰). بدین منظور، از داده های ایستگاه های هیدرومتری آب گرمه، گله رود، سیلاخور، آب سرده، تیره مروک، تیره دورود، چم چیت، سزار، تنگ پنج و تله زنگ واقع در حوزه آبخیز دز که دارای ۳۶۵۰ رکورد ثبت شده طی بازه زمانی ۱۳۸۷-۱۳۹۷، در مقیاس زمانی روزانه می باشد، استفاده شد. در نهایت، تعداد ۲۹۲۰ رکورد برای آموزش و تعداد ۷۳۰ رکورد

باقی مانده، برای صحت سنجی مدل های مورد بررسی انتخاب شد. لازم به ذکر است، برای مدل سازی ۸۰ درصد داده ها برای آموزش و ۲۰ درصد باقی مانده برای آزمون، به صورت تصادفی که گستره وسیعی از انواع داده ها را پوشش دهد، انتخاب شد (Kisi و همکاران، ۲۰۰۶؛ Nugy و همکاران، ۲۰۰۲).

**نتایج مدل هیبریدی ماشین بردار پشتیبان-موجک:** به منظور بررسی نتایج حاصل از مدل ترکیبی، ابتدا با استفاده از تبدیل موجک، پارامترهای ورودی به زیرسیگنال ها تجزیه و سپس، زیرسیگنال های مزبور، به عنوان ورودی به مدل ماشین بردار پشتیبان وارد می شوند و بدین ترتیب مدل ترکیبی ماشین بردار پشتیبان موجک حاصل می شود. یکی از نکات مهم و اساسی در این پژوهش، آن است که توابع موجک مختلف مورد بررسی قرار گرفت و موجک کلاه مکزیک از عملکرد بهتری نسبت به سایر توابع برخوردار بود. همچنین، از کرنل های توابع پایه شعاعی، چند جمله ای و خطی برای پیش بینی جریان استفاده شد که کرنل توابع پایه شعاعی دقت بیشتری از خود نشان داده است. در جدول ۴، نتایج حاصل از مدل ترکیبی در ایستگاه های منتخب نشان داده شده است. در این جدول، مدل هیبریدی در ایستگاه های گله رود، سیلاخور، سزار و تله زنگ از دقت بیشتر و خطای کمتری برخوردار است. در شکل ۲، نمودار پراکنش مدل هیبرید ماشین بردار پشتیبان-موجک مربوط به مرحله صحت سنجی نشان دهنده خط برازش مقادیر محاسباتی با بهترین خط برازش  $y=x$  است. در این شکل، مقادیر تخمینی و مشاهداتی به غیر از چند نقطه که روی خط نیمساز قرار گرفته، که این امر دلالت بر برابری مقادیر مشاهداتی و محاسباتی بر اساس خط  $(y=x)$  است. همچنین، همانطور که در این شکل مشهود است، مدل هیبریدی در پیش بینی مقادیر بیشینه و کمینه از عملکرد قابل قبولی برخوردار است، به گونه ای که این مقادیر را نزدیک به مقدار واقعی شان تخمین زده است.

**نتایج مدل ماشین بردار پشتیبان:** به منظور مدل سازی دبی جریان از مدل SVM می توان انواع تابع کرنل را مورد بررسی قرار داد که از بین توابع کرنل، کرنل های چند جمله ای و توابع پایه شعاعی که

<sup>1</sup> Cross-correlation

از انواع رایج مورد استفاده در هیدرولوژی هستند، انتخاب شد که در این پژوهش سه کرنل خطی، چند جمله‌ای و توابع پایه‌شعاعی مورد بررسی قرار گرفت. نتایج حاصل از بررسی مدل‌ها در جدول ۵ آورده شده

است. در این جدول، مدل ماشین بردار پشتیبان در ایستگاه گله‌رود از دقت بیشتر و خطای کمتری برخوردار است.

جدول ۲- همبستگی متقابل بین پارامترهای ورودی و خروجی

ایستگاه	Q(t-1)	Q(t-2)	Q(t-3)	Q(t-4)
آب‌گره	۰/۹۳۰	۰/۸۹۰	۰/۸۴۰	۰/۷۸۰
تیره‌مروک	۰/۹۴۱	۰/۸۹۵	۰/۸۶۲	۰/۸۱۰
گله‌رود	۰/۹۶۳	۰/۹۲۳	۰/۸۸۴	۰/۸۲۵
سیلاخور	۰/۹۵۲	۰/۹۰۱	۰/۸۵۸	۰/۸۱۲
تیره	۰/۹۲۴	۰/۸۸۱	۰/۸۲۵	۰/۷۷۲
چم‌چیت	۰/۸۹۳	۰/۸۳۳	۰/۸۰۴	۰/۷۵۰
آب‌سرده	۰/۹۲۶	۰/۸۸۴	۰/۸۳۲	۰/۷۹۳
سزار	۰/۹۵۴	۰/۸۹۸	۰/۸۶۲	۰/۸۲۱
تله‌زنگ	۰/۹۴۳	۰/۸۹۵	۰/۸۶۸	۰/۸۱۵
تنگ‌پنج	۰/۹۳۳	۰/۸۸۷	۰/۸۴۵	۰/۷۹۲

جدول ۳- ترکیب‌های منتخب پارامترهای ورودی

شماره	ساختار ورودی	خروجی
۱	Q(t-1)	Q(t)
۲	Q(t-1), Q(t-2)	Q(t)
۳	Q(t-1), Q(t-2), Q(t-3)	Q(t)
۴	Q(t-1), Q(t-2), Q(t-3), Q(t-4)	Q(t)

جدول ۴- تحلیل نتایج مدل هیبریدی ماشین بردار پشتیبان-موجک برای ایستگاه‌های منتخب

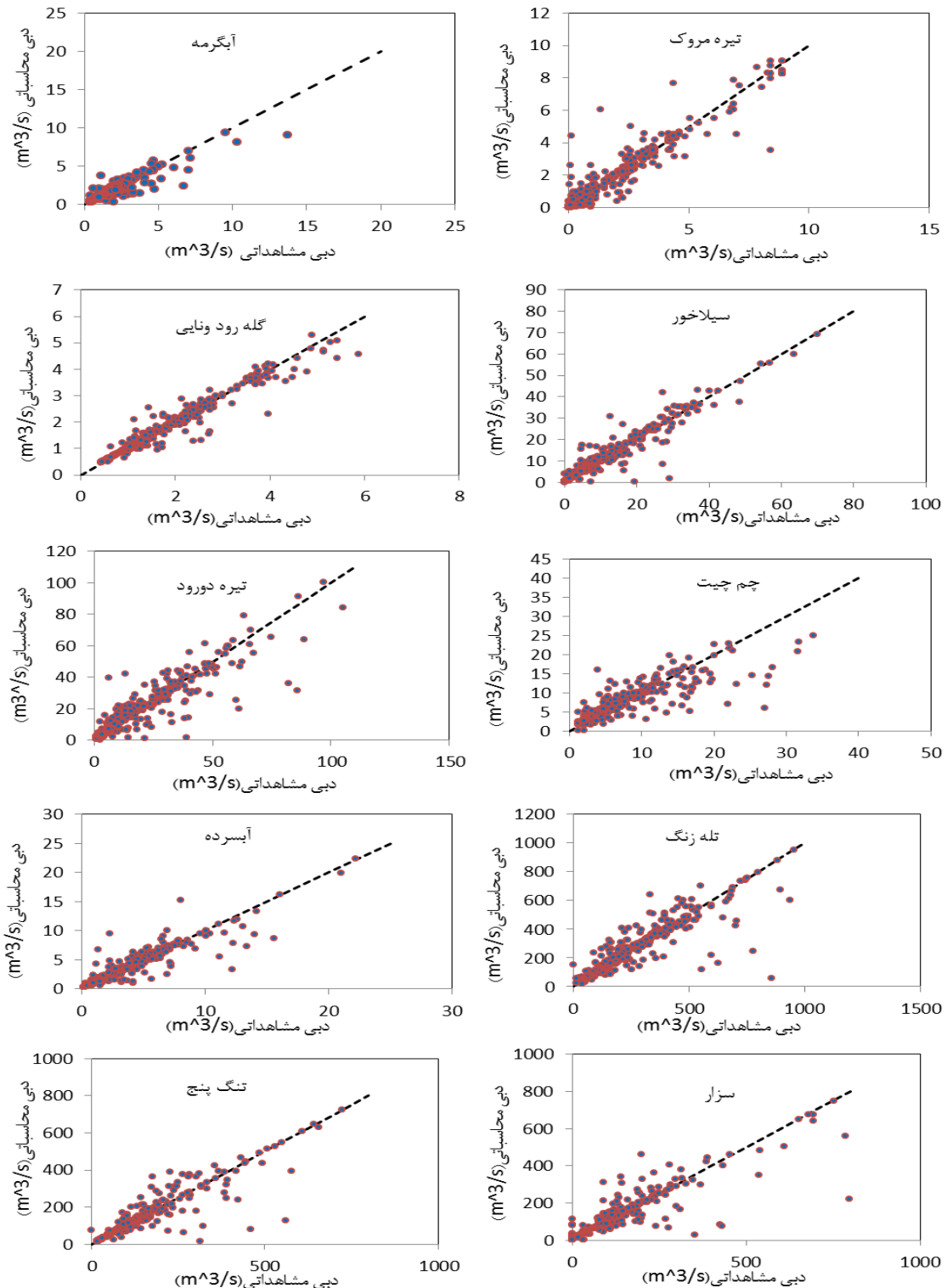
ایستگاه	آموزش				صحت‌سنجی			
	NS	MAE (m <sup>3</sup> s <sup>-1</sup> )	RMSE (m <sup>3</sup> s <sup>-1</sup> )	R	NS	MAE (m <sup>3</sup> s <sup>-1</sup> )	RMSE (m <sup>3</sup> s <sup>-1</sup> )	R
آب‌گره	۰/۹۳۴	۰/۰۲۸	۰/۰۶۴	۰/۹۱۰	۰/۹۳۳	۰/۰۲۰	۰/۰۴۲	۰/۹۵۱
تیره‌مروک	۰/۹۴۴	۰/۰۳۲	۰/۰۷۴	۰/۹۲۸	۰/۹۶۵	۰/۰۲۵	۰/۰۳۶	۰/۹۸۴
گله‌رود	۰/۹۶۸	۰/۰۲۲	۰/۰۳۲	۰/۹۴۴	۰/۹۷۰	۰/۰۱۰	۰/۰۱۸	۰/۹۸۷
سیلاخور	۰/۹۵۸	۰/۰۲۹	۰/۰۶۹	۰/۹۳۱	۰/۹۶۷	۰/۰۱۷	۰/۰۳۴	۰/۹۸۵
تیره	۰/۹۲۵	۰/۰۳۲	۰/۰۶۷	۰/۹۰۸	۰/۹۳۰	۰/۰۲۲	۰/۰۴۵	۰/۹۴۸
چم‌چیت	۰/۸۶۸	۰/۰۸۴	۰/۱۲۶	۰/۸۴۶	۰/۸۹۰	۰/۰۴۵	۰/۰۹۴	۰/۹۱۱
آب‌سرده	۰/۹۳۷	۰/۰۲۱	۰/۰۵۸	۰/۹۱۵	۰/۹۳۵	۰/۰۱۸	۰/۰۳۸	۰/۹۳۲
سزار	۰/۹۶۰	۰/۰۳۱	۰/۰۴۲	۰/۹۳۲	۰/۹۶۰	۰/۰۱۴	۰/۰۲۵	۰/۹۷۸
تله‌زنگ	۰/۹۴۱	۰/۰۳۳	۰/۰۴۸	۰/۹۲۴	۰/۹۵۷	۰/۰۱۷	۰/۰۲۸	۰/۹۷۳
تنگ‌پنج	۰/۹۳۸	۰/۰۱۸	۰/۰۵۵	۰/۹۱۷	۰/۹۳۸	۰/۰۱۶	۰/۰۳۵	۰/۹۵۴

مقادیر مشاهداتی و محاسباتی بر اساس خط (y=x) می‌باشد. همچنین، همان‌طور که در شکل ۴ نشان داده شده است، مدل ماشین بردار پشتیبان در تخمین مقادیر کمینه مناسبی از خود نشان داده است که این نتایج با پژوهش‌های Ghorbani و همکاران (۲۰۱۶) و

در شکل ۴، نمودار بهترین مدل حاصل‌شده برای داده‌های بخش صحت‌سنجی نشان داده شده است. همان‌طور که در این شکل مشخص است، بیشتر مقادیر تخمینی و مشاهداتی به غیر از یک نقطه، روی خط نیمساز قرار گرفته، این امر دلالت بر عدم برازش

توابع پایه شعاعی باعث می‌شود، تخمین پارامتر از سرعت بالا و خطای کمتری نسبت به سایر کرنل‌ها برخوردار باشد و این، یکی از ویژگی‌های ممتاز توابع پایه شعاعی محسوب می‌شود.

Ahmadi و همکاران (۲۰۱۵) همخوانی دارد. در تبیین این نتایج می‌توان بیان کرد، با توجه به این که ماشین بردار پشتیبان بر مبنای استفاده از اصل استقرای کمینه‌سازی خطای ساختاری است، بنابراین، در شبیه‌سازی با به‌کارگیری روش یادگیری با نظارت در

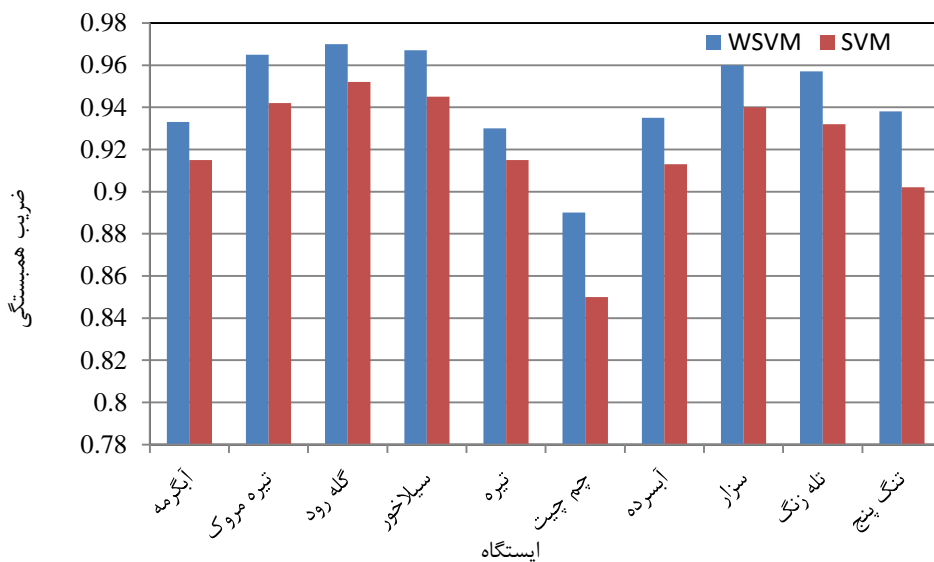


شکل ۲- نمودار پراکنش مقادیر مشاهداتی و محاسباتی حاصل از مدل هیبریدی ماشین بردار پشتیبان-موجک در مرحله صحت‌سنجی



جدول ۵- تحلیل نتایج مدل ماشین بردار پشتیبان برای ایستگاه‌های منتخب

ایستگاه	آموزش				صحت‌سنجی			
	NS	MAE (m <sup>3</sup> s <sup>-1</sup> )	RMSE (m <sup>3</sup> s <sup>-1</sup> )	R	NS	MAE (m <sup>3</sup> s <sup>-1</sup> )	RMSE (m <sup>3</sup> s <sup>-1</sup> )	R
آبگرمه	۰/۹۰۸	۰/۰۷۳	۰/۱۱۵	۰/۸۹۰	۰/۹۱۵	۰/۰۸۴	۰/۰۴۵	۰/۹۳۴
تیره‌مروک	۰/۹۴۰	۰/۰۳۴	۰/۰۷۶	۰/۹۲۱	۰/۹۴۲	۰/۰۵۷	۰/۰۳۱	۰/۹۶۱
گله‌رود	۰/۹۵۶	۰/۰۲۸	۰/۰۶۶	۰/۹۳۷	۰/۹۵۲	۰/۰۲۳	۰/۰۱۵	۰/۹۷۰
سیلاخور	۰/۹۴۷	۰/۰۳۱	۰/۰۶۸	۰/۹۲۸	۰/۹۴۵	۰/۰۴۷	۰/۰۲۳	۰/۹۶۴
تیره	۰/۹۱۴	۰/۰۶۹	۰/۱۱۰	۰/۸۹۲	۰/۹۱۵	۰/۰۸۵	۰/۰۴۷	۰/۹۳۳
چم‌چیت	۰/۸۴۲	۰/۰۸۸	۰/۱۳۲	۰/۸۱۸	۰/۸۵۰	۰/۱۰۸	۰/۰۶۶	۰/۸۷۸
آب‌سرده	۰/۹۰۴	۰/۰۷۵	۰/۱۱۷	۰/۸۸۵	۰/۹۱۳	۰/۰۸۶	۰/۰۴۸	۰/۹۲۱
سزار	۰/۹۳۵	۰/۰۳۷	۰/۰۸۴	۰/۹۱۸	۰/۹۴۰	۰/۰۶۱	۰/۰۳۵	۰/۹۵۸
تله‌زنگ	۰/۹۳۱	۰/۰۴۱	۰/۰۸۸	۰/۹۱۲	۰/۹۳۲	۰/۰۶۵	۰/۰۴۱	۰/۹۴۸
تنگ‌پنج	۰/۹۱۵	۰/۰۶۲	۰/۱۰۴	۰/۸۹۲	۰/۹۰۲	۰/۰۷۳	۰/۰۵۴	۰/۹۲۱



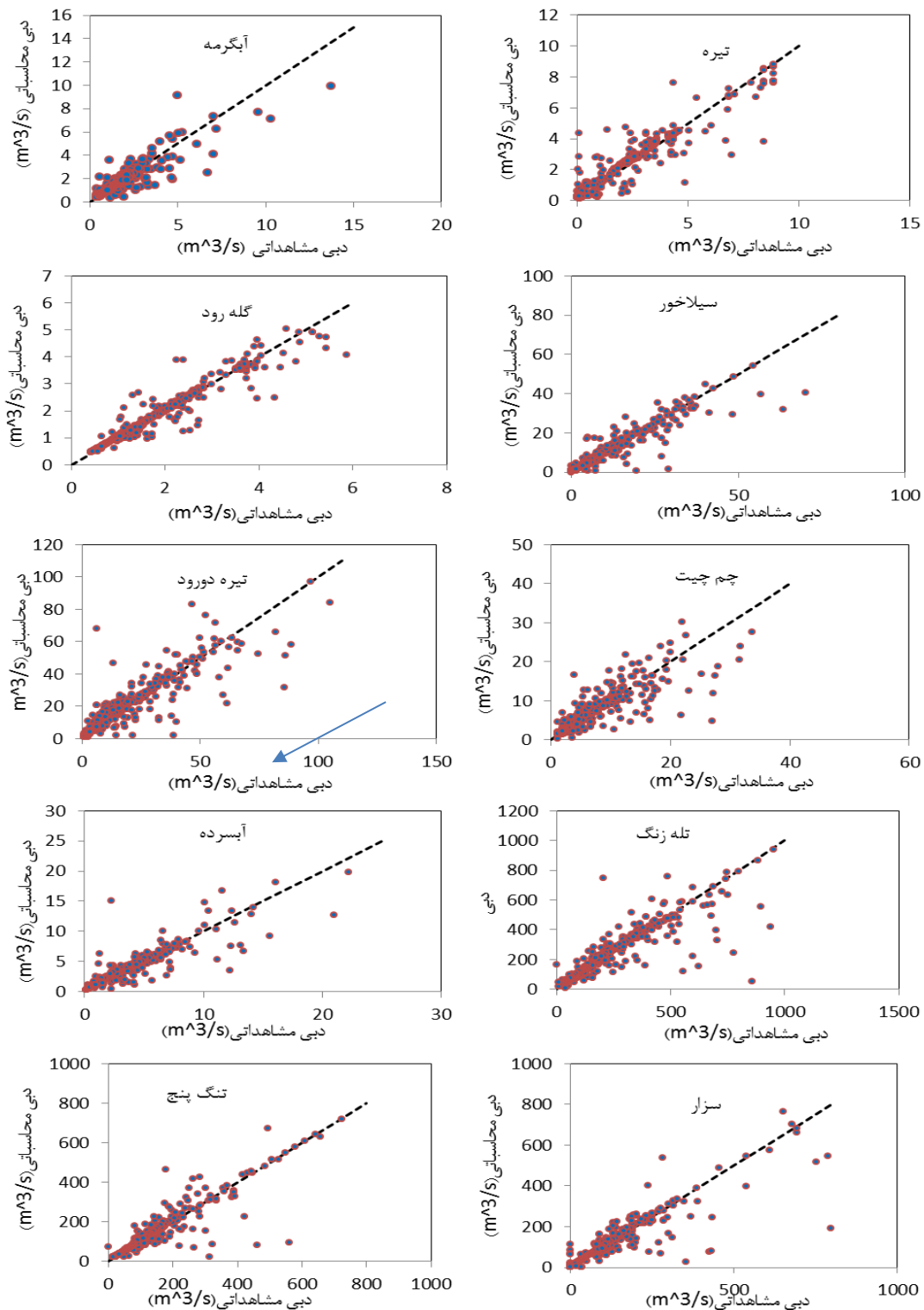
شکل ۳- میزان ضریب همبستگی مدل‌های مورد بررسی در بخش صحت‌سنجی

همپوشانی داده‌های محاسباتی با مشاهداتی از خود نشان داده است که این امر در ایستگاه‌های چم‌چیت و تنگ پنج مشهود است. همچنین، در ایستگاه‌های تیره‌دورود و آب‌گرمه هر دو مدل مورد بررسی در برآورد دبی رودخانه‌های حوزه آبخیز دز کارایی مناسبی دارند و این امر را می‌توان ناشی از وارد کردن تبدیل موجک بر روی داده‌های ورودی شبکه دانست. نمودار مقادیر دبی جریان حاصل از مدل‌های ماشین بردار پشتیبان-موجک و ماشین بردار پشتیبان در

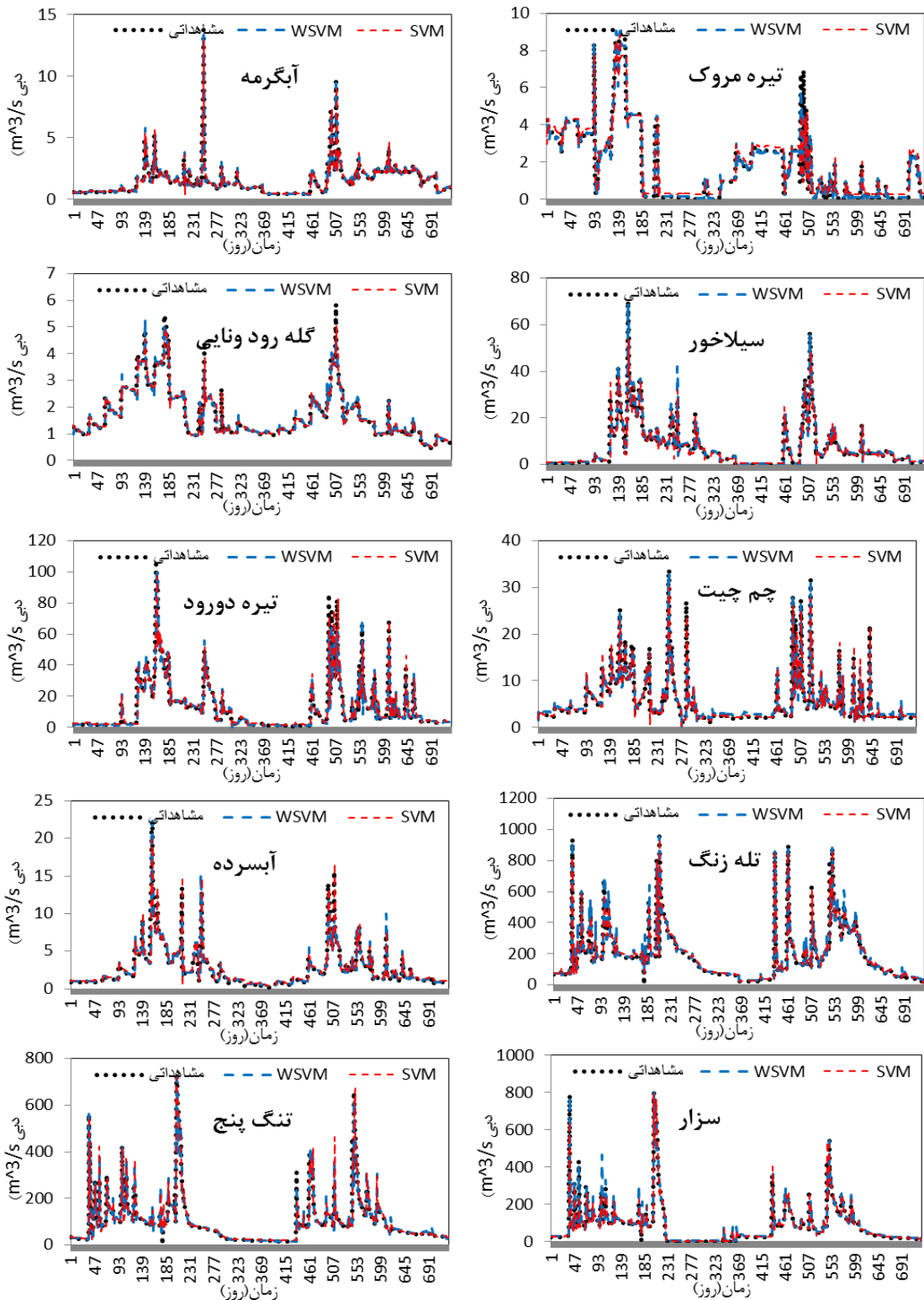
**مقایسه عملکرد مدل‌ها:** در ادامه، با انتخاب جواب بهینه هر کدام از مدل‌های هیبریدی هوش مصنوعی و مقایسه آن‌ها با یکدیگر مشخص شد، هر دو مدل با دقت خوبی توانسته‌اند، دبی حوزه آبخیز دز را شبیه‌سازی کنند. در شکل ۳ که مقادیر معیار ارزیابی ضریب همبستگی مدل‌های مورد بررسی در ایستگاه‌های حوزه آبخیز دز نشان داده شده است، مدل هیبریدی ماشین بردار پشتیبان-موجک دقت بیشتری در ایستگاه‌های مورد بررسی به دلیل

جدا کردن سیگنال به فرکانس‌های بالا و پائین ویژگی‌های چندمقیاسی سیگنال را در اختیار داشته و دقت مدل را تا حد قابل توجهی، بالا می‌برد (Dehghani و Shahinejad, ۲۰۱۸).

مرحله صحت‌سنجی در شکل ۵ نشان داده شده است. در این شکل مدل ماشین بردار پشتیبان-موجک در تخمین مقادیر کمینه و بیشینه ایستگاه‌های مورد بررسی، عملکرد مناسبی از خود نشان داده است. در تبیین این نتایج می‌توان بیان کرد تبدیل موجکی با



شکل ۴- نمودار پراکنش مقادیر مشاهداتی و محاسباتی حاصل از مدل ماشین بردار پشتیبان در مرحله صحت‌سنجی



شکل ۵- نمودار مقادیر مشاهده‌ای و محاسباتی حاصل از مدل‌های ماشین بردار پشتیبان-موجک و ماشین بردار پشتیبان در مرحله صحت‌سنجی

### نتیجه‌گیری

در این پژوهش، سعی بر آن شد، عملکرد مدل‌هایی برای شبیه‌سازی جریان روزانه رودخانه‌های

حوزه آبخیز دز با استفاده از داده‌های روزانه مورد ارزیابی قرار گیرد. مدل‌های به‌کار گرفته‌شده شامل مدل هیبریدی ماشین بردار پشتیبان-موجک و ماشین

کمتری نسبت به مدل ماشین بردار پشتیبان از خود نشان داده است. همچنین، دقت بالای مدل ترکیبی، ناشی از استفاده از اصل استقرای کمینه‌سازی خطای ساختاری و تجزیه سیگنال است که با به‌کارگیری روش یادگیری با نظارت در توابع پایه‌شعاعی باعث می‌شود، تخمین پارامتر از سرعت بالا و خطای کمتری نسبت به سایر کرنل‌ها برخوردار باشد. در مجموع، این پژوهش نشان می‌دهد که استفاده از مدل ترکیبی ماشین بردار پشتیبان-موجک می‌تواند در زمینه پیش‌بینی جریان روزانه رودخانه‌ها مؤثر باشد. همچنین، این مدل می‌تواند به‌نوبه خود برای تسهیل توسعه و پیاده‌سازی استراتژی‌های مدیریت آب‌های سطحی مفید باشد و گامی در اتخاذ تصمیمات مدیریتی برای بهبود کمیت جریان رودخانه‌ها باشد.

بردار پشتیبان است. مقادیر جریان مشاهداتی با جریان پیش‌بینی شده در مدل‌های مذکور (مدل هیبریدی ماشین بردار پشتیبان-موجک و ماشین بردار پشتیبان)، با استفاده از معیارهای ارزیابی مورد مقایسه قرار گرفت. نتایج پژوهش را می‌توان به این صورت خلاصه کرد که در هر دو مدل مورد بررسی شامل مدل هیبریدی ماشین بردار پشتیبان-موجک و ماشین بردار پشتیبان، در ساختاری متشکل از یک تا چهار تأخیر زمانی، نتایج بهتری نسبت به سایر ساختارها ارائه می‌دهد. همچنین، با توجه به معیارهای ارزیابی نتیجه گرفته شد که هر دو مدل مورد بررسی، می‌توانند با عملکرد مناسبی میزان جریان روزانه رودخانه را پیش‌بینی کنند. در این میان، مدل هیبریدی ماشین بردار پشتیبان-موجک دقت بیشتر و خطای

#### منابع مورد استفاده

- Adnan, R., Z. Liang, S. Heddami, M. Kermani, O. Kisi and B. Li. 2019. Least square support vector machine and multivariate adaptive regression splines for streamflow prediction in mountainous basin using hydro-meteorological data as inputs. *Journal of Hydrology*, 19(4): 432-448.
- Ahmadi, F., F. Radmanesh and R. Mirabasi. 2015. Comparing the performance of support vector machines and Bayesian networks in predicting daily river flow, case study: Barandoozchay River. *Soil and Water Conservation Research*, 22(6): 171-186 (in Persian).
- Alizadeh, F., A. Gharamaleki, M. Jalilzadeh and A. Akhoundzadeh. 2020. Prediction of river stage-discharge process based on a conceptual model using EEMD-WT-LSSVM approach. *Water Resources*, 47: 41-53.
- Babaali, H.R. and R. Dehghani. 2019. Evaluation the performance of wavelet neural network models in estimation of daily discharge. *Irrigation Science and Engineering*, 42(3): 105-116 (in Persian).
- Basak, D., S. Pal and D.C. Patranabis. 2007. Support vector regression. *Neural Information Processing*, 11: 203-225.
- Chen, S.T. and P.S. Yu. 2007. Real-time probabilistic forecasting of flood stages. *Journal of Hydrology*, 340(2): 63-77.
- Danandeh Mehr, A. and M.R. Majdzadeh. 2009. Prediction of daily discharge trend of river flow based on genetic programming. *Journal of Water and Soil*, 24(2): 325-333 (in Persian).
- Eskandari, A., A. Solgi and H. Zarei. 2018. Simulating fluctuations of groundwater level using a combination of support vector machine and wavelet transform. *Irrigation Science and Engineering*, 41(1): 165-180 (in Persian).
- Ghorbani, M.A., R. Khatibi, A. Geol, M.H. Fazelifard and A. Azani. 2016. Modeling river discharge time series using support vector machine and artificial neural networks. *Environmental Earth Sciences*, 75(4): 675-685.
- Ghorbani, M.A., R. Khatibi, A. Geol, M.H. Fazelifard and A. Azani. 2016. Modeling river discharge time series using support vector machine and artificial neural networks. *Environmental Earth Sciences*, 75(8): 685-679.
- Ghorbani, M.A., R.C. Deo, V. Karimi, Z.M. Yassen and O. Terzi. 2018. Implementation of a hybrid MLP-FFA model for water level prediction of Lake Egirdir, Turkey. *Stochastic Environmental Research and Risk Assessment*, 32(6): 1683-1697.
- Ghorbani, M.A., R. Khatibi, V. Karimi, Z.M. Yaseen and M. Zounemat-Kermani. 2018. Learning from multiple models using artificial intelligence to improve model prediction accuracies: application to river flows. *Water Resource Management*, 32(13): 4201-4215.
- Huang, S., J. Chang, Q. Huang and Y. Chen. 2014. Monthly streamflow prediction using modified EMD-based support vector machine. *Journal of Hydrology*, 511(4): 764-775.

14. Kisi, O. and J. Shiri. 2012. River suspended sediment estimation by climatic variables implication: comparative study among soft computing techniques. *Computers and Geosciences*, 43(4): 73-82.
15. Kisi, O. and A. Guven. 2010. A machine code-based genetic programming for suspended sediment concentration estimation. *Advanced in Engineering Software*, 41(7): 939-945.
16. Kisi, O., M. Karahan and Z. Sen. 2006. River suspended sediment modeling using fuzzy logic approach. *Hydrological Processes*, 20(2): 4351-4362.
17. Komasi, M. and S. Sharghi. 2017. Application of backup vector machine and wavelet conversion algorithm for modeling rainfall-runoff process, case study: Aqchay, Iran. *Iranian Water Research Journal*, 11(2): 51-60 (in Persian).
18. Lin, J.Y., C.T. Cheng and K.W. Chau. 2006. Using support vector machines for long-term discharge prediction. *Hydrology Sciences Journal*, 51(3): 599-612.
19. Liong, S.Y. and C. Sivapragasam. 2002. Flood stage forecasting with support vector machines. *Journal of the American Water Resources Association*, 38(4): 173-186.
20. Misra, D., T. Oommen, A. Agarwa, S.K. Mishra and A.M. Thompson. 2009. Application and analysis of support vector machine-based simulation for runoff and sediment yield. *Biosystems Engineering*, 103(3): 527-535.
21. Nagy, H., K. Watanabe and M. Hirano. 2002. Prediction of sediment load concentration in rivers using artificial neural network model. *Journal of Hydraulics Engineering*, 128(3): 558-559.
22. Salehi, M., F. Radmanesh, H. Zarei, B. Mansouri and A. Solgi. 2016. A combined time series-wavelet model for prediction of ground water level, case study: Firuzabad Plain. *Irrigation Science and Engineering*, 41(4): 1-16 (in Persian).
23. Sedighi, F., M. Vafakhah and M.R. Javadi. 2016. Rainfall-runoff modeling using support vector machine in snow-affected watershed. *Arabian Journal for Science and Engineering*, 41(10): 4065-4076.
24. Shin, K.S., T.S. Lee and H.J. Kim. 2005. An application of support vector machines in bankruptcy prediction model. *Expert Systems with Applications*, 28(4): 127-135.
25. Vapnik, V. and A. Chervonenkis. 1991. The necessary and sufficient conditions for consistency in the empirical risk minimization method. *Pattern Recognition and Image Analysis*, 1(3): 283-305.
26. Vapnik, V.N. 1995. *The nature of statistical learning theory*. Springer, New York, 201 pages.
27. Vapnik, V.N. 1998. *Statistical learning theory*. Wiley, New York, 768 pages.
28. Wang, D., A.A. Safavi and J.A. Romagnoli. 2000. Wavelet-based adaptive robust M-estimator for non-linear system identification. *AIChE Journal*, 46(4): 1607-1615.
29. Yoon, H., S.C. Jun, Y. Hyun, G.O. Bae and K.K. Lee. 2011. A comparative study of artificial neural networks and support vector machines for predicting groundwater levels in a coastal aquifer. *Journal of Hydrology*, 396(4): 128-138.
30. Zhao, X., X. Chen, Y. Xu, D. Xi, Y. Zhang and X. Zheng. 2017. An EMD-based chaotic least squares support vector machine hybrid model for annual runoff forecasting. *Water*, 9(3): 153-164.